

簡易マシンガイダンスバックホウを目指した GPS 精度と適用に関する研究

A Study on GPS Accuracy and Application for the Backhoe equipped a Simple Machine Guidance

(株)砂子組 ○正 員 田尻太郎 (Taro Tajiri)
(株)砂子組 正 員 幌村瑛奈 (Ena Horomura)
(株)砂子組 正 員 古川大輔 (Daisuke Furukawa)
(株)砂子組 正 員 近藤里史 (Satoshi Kondo)
(株)砂子組 正 員 佐藤昌志 (Masashi Sato)

1. はじめに

IT 建機のマシンガイダンス (以後 MG とする) においては車体の傾きとコクピット旋回の測定および、工事範囲における車両位置の特定がネックとなってきたと思われる。前者については傾斜計やジャイロと加速度計が併用されるがデータ処理が煩雑であり、測定機構を内蔵した特注車となる傾向にあった。後者については配車センターのような大規模システムとしてしか実現されていない。

近年 RTK 方式の GPS は、精度向上とともに廉価かつ取り扱いも容易となり、特注車に頼る事なく車載の一台の PC 等によりそれらをコンパクトに処理できる可能性が出てきた。本論文は、その基礎理論を目指したものである。

2. 近年の RTK-GPS の測位精度

近年の RTK-GPS は、現場事務所等に GPS Unit と接続された PC を基地局として設け、基地局位置を GPS 測量等であらかじめ登録し、GNSS 測位の誤差を位置修正情報として移動局側へ送信する事で行われる (図-1)。修正情報の送信はスマホや携帯+VPN サーバーで可能であり、移動局をアクセスポイント化する事により同様な方法で移動局を外部モニターする事もできる。

図-2 に RTK-GPS の 6.5 時間の静止試験結果を示す。出力は 1 秒に 1 回。縦軸は計測初期値からの変動を表し、(X, Y, Z)は ECEF 座標である¹⁾。23400 秒中 25 秒間にわたって異常値がみられるが、その他は最大で 3 cm 以内の変動となり、表-1 に示すように変動平均は 0.000 m、標準偏差は水平方向で 9 mm、上下方向で 12 mm である。現在では図-1 に示すように取り扱いが容易で高精度な RTK-GNSS 測位が、一式 10~20 万円程度の GPS キットで可能となってきたので、MG への適用も不可能ではないと考えられる。

3. GNSS 測位による車体運動記述の基礎方程式

ここではバックフォアを例とし、最低 4 個の GPS Unit を想定し、車体運動を記述する基礎方程式を導く。

車体運動は剛体運動とし、図-3 に示す(x, y, z)系は車体とともに動く車体座標系である。z 軸をコクピット回転軸とし、x 軸は常にコクピット正面方向にあり、y 軸は x, z 軸と右手系を成す。また図中の(0)~(3)はコクピット上に任意に配置された 4 個の GPS 番号で、同一

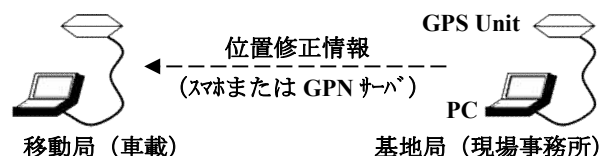


図-1 RTK-GPS の概念図

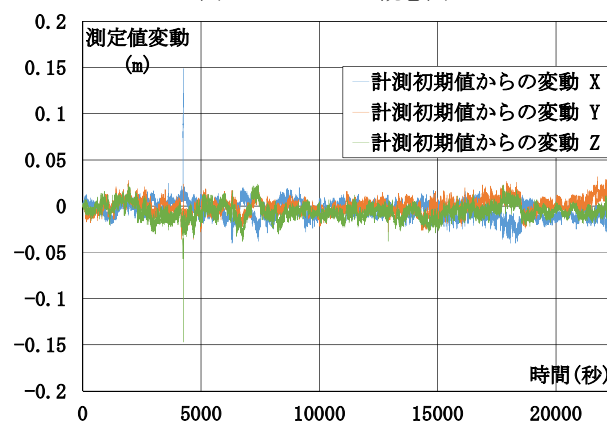


図-2 RTK-GPS の測定値変動

表-1 RTK-GPS の測定値のばらつき

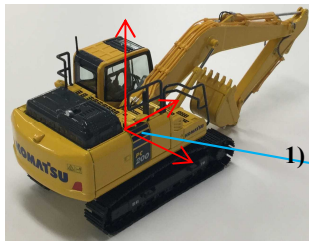
ecef平均 (m)		方向	変動平均 (m)	標準偏差 (m)
X	-3645623.592	東西	0.000	0.009
Y	2913609.814	南北		
Z	4332985.027	上下	0.000	0.012

平面上にはないものとし、以後 GPS 番号は(k)で表す。

車体座標系の原点である回転中心と回転軸は原理上、任意の位置に選んで良いが、ここでは最も便利と考えられるものを採用し、回転軸はコクピット回転軸に一致させた。また車体の回転中心は、キャタがつくる平面と z 軸の交点とし (図-5)、これを走行中の車体の位置座標 (xR, yR, zR) とできる。ここで車体の位置座標は本質的に ECEF 座標となるが、地上座標系と呼ぶ。

図-4 は車体の剛体運動を記述する運動成分への分解で、

- 1) 地上座標系原点からの回転中心の平行移動
- 2) 回転軸の傾斜
- 3) コクピット旋回



初期位置
(地上座標系原点)

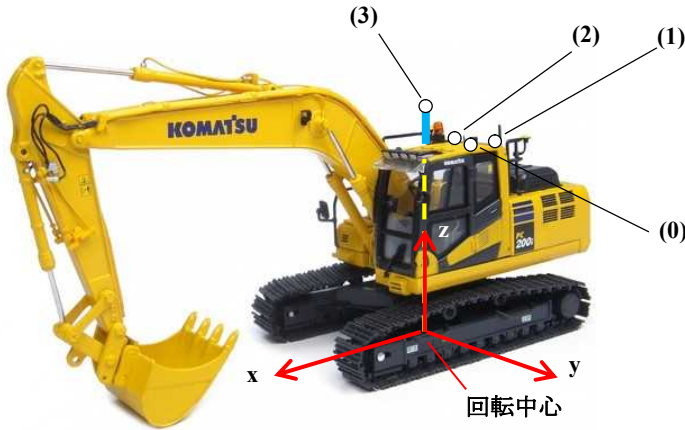


図-3 車体座標系

に分けられる。これらを表すパラメータは、剛体運動の6自由度に対応している。

車体運動の記述に、z 軸を一致させるオイラー角を用いるとすれば、図-4 に対応して図-6 に示した 4 つの座標系(x, y, z), (x', y', z'), (x'', y'', z''), (x''', y''', z''')系が必要となる²⁾。

(x, y, z)系：

地上座標系原点から回転中心が(x_R, y_R, z_R)まで平行移動した座標系。

(x', y', z')系：

(x, y, z)系で回転軸が倒れる平面方位を表す、z 軸まわりに θ 回転した座標系。

(x'', y'', z'')系：

(x', y', z')系で傾斜した回転軸を表す、y''軸まわりに φ 回転した座標系。

(x''', y''', z''')系：

(x'', y'', z'')系でコクピットの旋回を表す、z''軸まわりに ψ 回転した座標系。

座標変換：(x, y, z)→(x', y', z')→(x'', y'', z'')→(x''', y''', z''')において、z と z'軸、y'と y''軸、z''と z'''軸が一致する事に注意すれば、一連の車体運動の回転は基本回転行列の積として計算できる。

$$\begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{pmatrix} \quad (1)$$

式(1)を(x, y, z)について解けば、各基本回転行列の

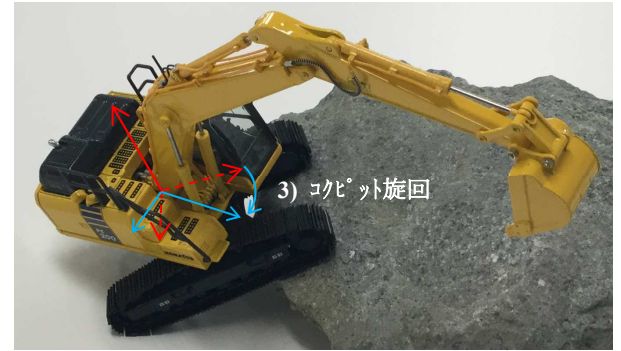


図-4 車体運動の分解

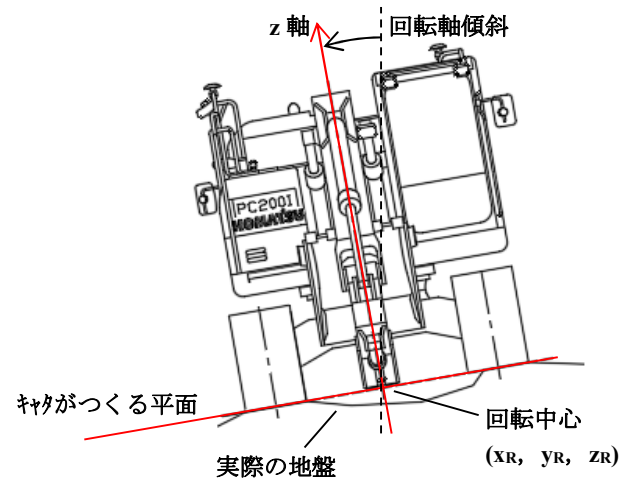


図-5 車体回転中心の定義

転置を逆順にかける事により、(x, y, z)を(x'', y'', z'')で表す式(2)を得る。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで(x'', y'', z'')系は、車体とともに運動する車体座標系であるので、車体の各部分は初期位置と同じ座標値で表現される事になる。

一方(x, y, z)系は、地上座標系が現在の回転中心まで平行移動した座標系なので、その座標値は、地上座標で表現された回転中心からの相対位置になる。

特に k 番目の GPS-(k) Unit の初期位置を(x'', y'', z'')=(x₀^(k), y₀^(k), z₀^(k))とし、その現在の測位値(地上座標系での値)を、(x, y, z)+(x_R, y_R, z_R)=(x^(k), y^(k), z^(k))とすれば、式(3)の関係が成立する。

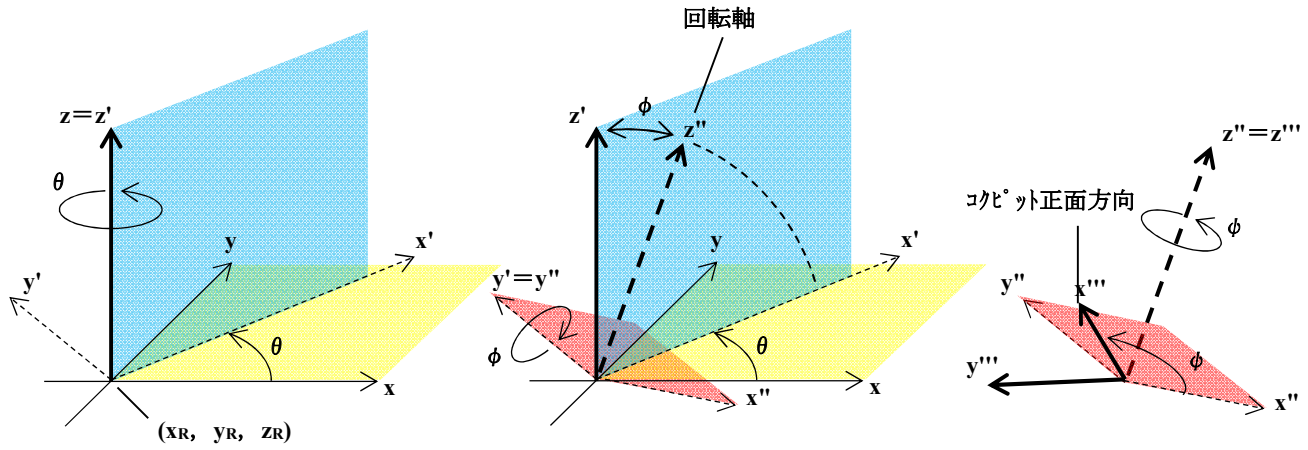


図-6 オイラー角

$$\begin{pmatrix} x^{(k)} - x_R \\ y^{(k)} - y_R \\ z^{(k)} - z_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0^{(k)} \\ y_0^{(k)} \\ z_0^{(k)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

GPS-(k)の初期位置：(x₀^(k), y₀^(k), z₀^(k))は、あらかじめ車体水平時に、その地表からの高さとはコクピット回転軸からの水平距離を何らかの方法で測定すれば与えられるものなので(図-7)、ここではそれらを既知とみなす。

x₀^(k)：車体水平時の GPS の回転軸からの x 方向水平距離。

y₀^(k)：車体水平時の GPS の回転軸からの y 方向水平距離。

z₀^(k)：車体水平時の GPS の地表からの高さ h^(k)。

さらに回転中心の地上座標(x_R, y_R, z_R)も、後述する方法で計算可能なので既知とする。式(3)右辺の行列積を計算し、(x₀^(k), y₀^(k), z₀^(k))について解けば、

$$\begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0^{(k)} \\ y_0^{(k)} \\ z_0^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi\cos\theta & \cos\phi\sin\theta & -\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \sin\phi\cos\theta & \sin\phi\sin\theta & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{(k)} - x_R \\ y^{(k)} - y_R \\ z^{(k)} - z_R \end{pmatrix} \quad (4)$$

の形になるが、図-6 中央の(x, y, z)系と(x'', y'', z'')系の関係により、回転軸の方位を表す単位ベクトル(n₁, n₂, n₃)とφ, θには球面極座標の関係が成り立つ。

$$\begin{cases} \cos\phi = n_3 \\ \cos\theta = \frac{n_1}{\sin\phi} \\ \sin\theta = \frac{n_2}{\sin\phi} \end{cases} \quad (5)$$

ただしφ=0 の時は回転軸は傾斜していないので、θ=0 とし、0 ≤ φ < π/2 である。

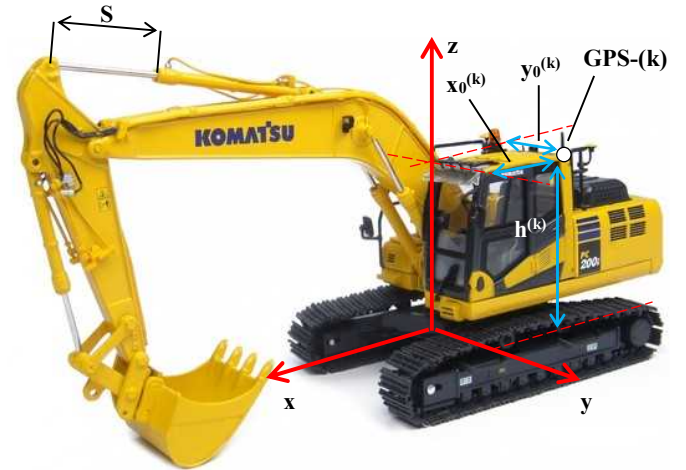


図-7 GPS Unit 初期位置の測定

式(5)を使えば式(4)の3行目はk=0~3 について、

$$\begin{cases} n_1(x^{(0)} - x_R) + n_2(y^{(0)} - y_R) + n_3(z^{(0)} - z_R) = h^{(0)} \\ n_1(x^{(1)} - x_R) + n_2(y^{(1)} - y_R) + n_3(z^{(1)} - z_R) = h^{(1)} \\ n_1(x^{(2)} - x_R) + n_2(y^{(2)} - y_R) + n_3(z^{(2)} - z_R) = h^{(2)} \\ n_1(x^{(3)} - x_R) + n_2(y^{(3)} - y_R) + n_3(z^{(3)} - z_R) = h^{(3)} \end{cases} \quad (6)$$

となり、これを回転軸の方位成分 n₁, n₂, n₃に関する連立1次方程式とみなせば、最小二乗法により、それらの決定方程式を現在の測位データ(x^(k), y^(k), z^(k))だけから、次式で与える事ができる。

$$\begin{pmatrix} \sum_k \xi_k^2 & \sum_k \xi_k \eta_k & \sum_k \rho_k \xi_k \\ \sum_k \xi_k \eta_k & \sum_k \eta_k^2 & \sum_k \eta_k \rho_k \\ \sum_k \rho_k \xi_k & \sum_k \eta_k \rho_k & \sum_k \rho_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_k h^{(k)} \xi_k \\ \sum_k h^{(k)} \eta_k \\ \sum_k h^{(k)} \rho_k \end{pmatrix} \quad (7)$$

※ ξ_k = x^(k) - x_R , η_k = y^(k) - y_R , ρ_k = z^(k) - z_R

n₁, n₂, n₃ が決定できれば、式(5)より回転軸の傾斜方位θと傾斜角φを決定できる。θ, φを決定すれば、式(4)の2行目および3行目から、コクピット旋回角φを計算できる。θ, φは決定済みなので、式(4)右辺はこ

の段階で既知ベクトルとなる。それを $(x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)})$ とすれば、式(4)の2行目、3行目は、

$$\begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0^{(k)} \\ y_0^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x''^{(k)} \\ y''^{(k)} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x_0^{(k)} & -y_0^{(k)} \\ x_0^{(k)} & y_0^{(k)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi \\ \sin\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x''^{(k)} \\ y''^{(k)} \end{pmatrix} \quad (8)$$

と変形できる。式(8)下段でも $k=0\sim3$ であるので、再び最小二乗法により、 ψ の決定方程式は次式となる。

$$\begin{cases} \cos\psi = \left(\sum_k (x_0^{(k)} x''^{(k)} + y_0^{(k)} y''^{(k)}) \right) / \sum_k (x_0^{(k)^2} + y_0^{(k)^2}) \\ \sin\psi = \left(\sum_k (-y_0^{(k)} x''^{(k)} + x_0^{(k)} y''^{(k)}) \right) / \sum_k (x_0^{(k)^2} + y_0^{(k)^2}) \end{cases} \quad (9)$$

最後に車体の回転中心座標 (x_R, y_R, z_R) については、3次元空間の一点は、同一平面上にない4点からの距離によって決定できるので、4つのGPS-(k), $k=0\sim3$ と回転中心との距離が既知であれば良い。図-7のGPS初期位置測定時にそれらは、

$$R^{(k)} = \sqrt{x_0^{(k)^2} + y_0^{(k)^2} + h^{(k)^2}} \quad (10)$$

で与えられるので、

$$\begin{cases} (x^{(0)} - x_R)^2 + (y^{(0)} - y_R)^2 + (z^{(0)} - z_R)^2 = R^{(0)^2} \\ (x^{(1)} - x_R)^2 + (y^{(1)} - y_R)^2 + (z^{(1)} - z_R)^2 = R^{(1)^2} \\ (x^{(2)} - x_R)^2 + (y^{(2)} - y_R)^2 + (z^{(2)} - z_R)^2 = R^{(2)^2} \\ (x^{(3)} - x_R)^2 + (y^{(3)} - y_R)^2 + (z^{(3)} - z_R)^2 = R^{(3)^2} \end{cases} \quad (11)$$

が得られる。式(11)は x_R, y_R, z_R に関する連立2次方程式にみえるが、整理すれば以下の連立1次方程式と同等である。

$$\begin{pmatrix} x^{(1)} - x^{(0)} & y^{(1)} - y^{(0)} & z^{(1)} - z^{(0)} \\ x^{(2)} - x^{(0)} & y^{(2)} - y^{(0)} & z^{(2)} - z^{(0)} \\ x^{(3)} - x^{(0)} & y^{(3)} - y^{(0)} & z^{(3)} - z^{(0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} C^{(1)} \\ C^{(2)} \\ C^{(3)} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{※} \quad C^{(k)} &= (R^{(0)^2} - R^{(k)^2}) - (r^{(0)^2} - r^{(k)^2}) \quad , \quad k=1\sim3 \\ r^{(k)^2} &= x^{(k)^2} + y^{(k)^2} + z^{(k)^2} \quad , \quad k=0\sim3 \end{aligned} \quad (12)$$

4. 車体運動の記述

以上で車体剛体運動の6自由度に対応する $x_R, y_R, z_R, \theta, \phi, \psi$ を決定できたので、式(13)により運動後の車体の各部分の地上座標系での座標値を得る事ができる。ここで (x, y, z) は運動後の各部分の地上座標、 (x_0, y_0, z_0) はその初期位置で、図-7と同様の測定を行えば良いが、多くの建機メーカーからは製品のCad図面

が提供されるので、初期位置のカタログ値を得る事は、比較的容易である。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{pmatrix} \quad (13)$$

また図-7に示したシリンダーの突出量 S を別途何らかの方法で測定すれば（ワイヤ式変位計等で）、式(13)から車体の位置、傾斜、旋回を考慮したアームの動きを再現できるので、施工箇所の地形にその動きをマッチングでき、いわばナビゲーション機能付きのマシンガイダンスも可能になると考えられる。

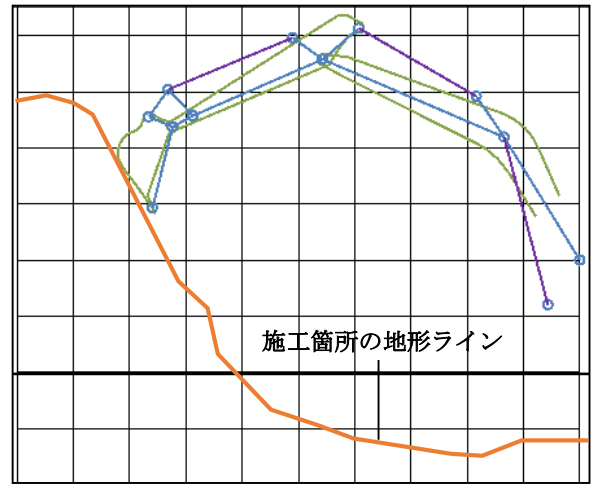


図-8 地形とマッチングされたアーム挙動

【参考文献】

- 1) 理解するためのGPS測位計算プログラム入門, 福島 壮之介, (独)行政法人 電子航法研究所.
[理解するためのGPS測位計算入門 \(enri.go.jp\)](http://enri.go.jp)
- 2) 古典力学 第4章剛体の運動学, ゴールドスタイン, 吉岡書店, 2006年.