

# 高精度 GPS を前提とした建設機械の動態観測について

(株) 砂子組 正会員 ○田尻 太郎  
 (株) 砂子組 正会員 幌村 瑛奈  
 (株) 砂子組 正会員 古川 大輔  
 (株) 砂子組 正会員 近藤 里史  
 (株) 砂子組 正会員 佐藤 昌志

## 1. はじめに

IT 建機のマシンガイダンス（以後 MG とする）では、車体の傾きとコクピット旋回の測定および、工事範囲における車両位置の特定がネックとなってきたと思われる。前者については傾斜計やジャイロと加速度計が併用される機構を内蔵した特注車となる傾向にあり、後者については配車センターのような大規模システムになりやすい。近年 RTK 方式の GPS は精度とともに廉価かつ使用性も向上し、特注車に頼る事なく車載の一台の PC 等でそれらをコンパクトに処理できる可能性が出てきた。ここではバックフォーを例として高精度 GPS を前提とし、GPS 測位データだけから車体運動を記述する基礎方程式について述べる。

## 2. GNSS 測位による車体運動記述の基礎方程式

表-1 に近年の RTK-GPS の 24 時間の静止試験結果を示す。計測初期値からの変動平均は 0.000 m、変動の標準偏差は水平、上下とも 1 cm 内外である。25 秒間の異常値を除けば、変動最大値は 3 cm 以内だった。現在では高い使用性と精度を持つ GPS キットを一式 10~20 万程度で入手可能であり、MG への適用も不可能ではないと考えられる。ここではバックフォーを例とし、最低 4 個の GPS Unit を想定した車体運動記述の基礎方程式を導く。車体運動は剛体運動とし、コクピット運動に注目する。図-1 に示す(x, y, z)系は車体とともに運動する車体座標系で、z 軸はコクピット回転軸、x 軸はコクピット正面方向、y 軸は x, z 軸との右手系とする。(0)~(3)はコクピット上任意に配置された 4 個の GPS 番号で、同一平面上にないものとし、以後 GPS 番号は(k)で表す。車体座標系原点は原理上任意の位置に選んで良い

表-1 RTK-GPS の測定値のばらつき

	ecef平均 (m)	方向	変動平均 (m)	標準偏差 (m)
X	-3645623.592	東西	0.000	0.009
Y	2913609.814	南北		
Z	4332985.027	上下	0.000	0.012

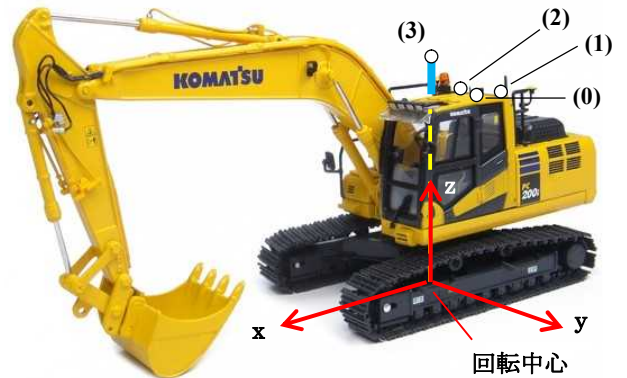


図-1 車体座標系

が、キャタがつくる平面と z 軸の交点とすれば、その座標(x<sub>R</sub>, y<sub>R</sub>, z<sub>R</sub>)は走行中の車体の位置座標であり、車体傾きの回転中心でもある。車体位置は本質的に ECEF 座標<sup>1)</sup>であるが、ここでは地上座標系と呼ぶ。剛体運動の 6 成分に対応し車体運動を分解すれば、1)地上座標系原点からの回転中心の平行移動、2)回転軸の傾斜、3)コクピット旋回となるが、これらに対応した z 軸を一致させるオイラー角<sup>2)</sup>を導入すれば図-2 となり、同図の(x, y, z)から(x'', y'', z'')系への座標変換としては車体運動は記述される事になる。

$$\begin{pmatrix} x^{(k)} - x_R \\ y^{(k)} - y_R \\ z^{(k)} - z_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0^{(k)} \\ y_0^{(k)} \\ z_0^{(k)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

式(1)で(x<sup>(k)</sup>, y<sup>(k)</sup>, z<sup>(k)</sup>)は、k 番目の GPS Unit の現在の測位データ、(x<sub>0</sub><sup>(k)</sup>, y<sub>0</sub><sup>(k)</sup>, z<sub>0</sub><sup>(k)</sup>)はその初期位置である。

キーワード RTK-GPS, 車体の剛体運動, オイラー角

連絡先 〒079-0394 空知郡奈井江町字チャシュナイ 987 番地 4 (株) 砂子組 TEL 0125-65-2326

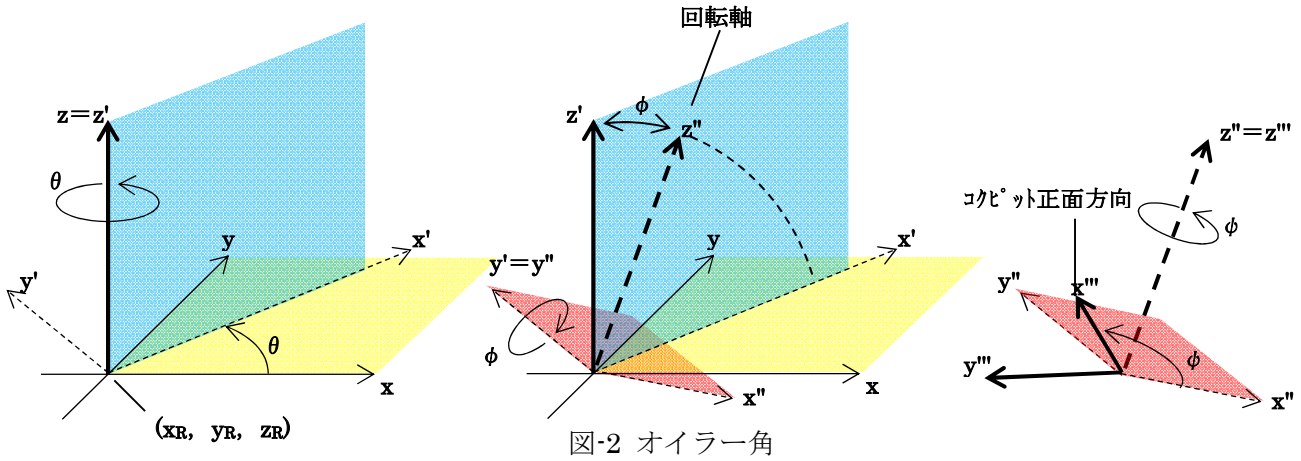


図-2 オイラー角

GPS 初期位置は、車体水平時に何らかの方法で測定可能なものなので、それらを既知とみなすと式(1)から最小二乗法も併用し、剛体運動 6 成分に対応するパラメータ：車体位置座標 $(x_R, y_R, z_R)$ ，車体傾斜方位 $\theta$ ，車体傾斜角 $\phi$ ，コクピット旋回角 $\psi$ を決定できる。

$$\begin{pmatrix} x^{(1)} - x^{(0)} & y^{(1)} - y^{(0)} & z^{(1)} - z^{(0)} \\ x^{(2)} - x^{(0)} & y^{(2)} - y^{(0)} & z^{(2)} - z^{(0)} \\ x^{(3)} - x^{(0)} & y^{(3)} - y^{(0)} & z^{(3)} - z^{(0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} C^{(1)} \\ C^{(2)} \\ C^{(3)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} \sum_k \xi_k^2 & \sum_k \xi_k \eta_k & \sum_k \rho_k \xi_k \\ \sum_k \xi_k \eta_k & \sum_k \eta_k^2 & \sum_k \eta_k \rho_k \\ \sum_k \rho_k \xi_k & \sum_k \eta_k \rho_k & \sum_k \rho_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_k h^{(k)} \xi_k \\ \sum_k h^{(k)} \eta_k \\ \sum_k h^{(k)} \rho_k \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \cos \phi = n_3 \\ \cos \theta = \frac{n_1}{\sin \phi} \\ \sin \theta = \frac{n_2}{\sin \phi} \end{cases} \quad (4)$$

$$\xi_k = x^{(k)} - x_R, \quad \eta_k = y^{(k)} - y_R, \quad \rho_k = z^{(k)} - z_R$$

$$\begin{cases} \cos \psi = \left( \sum_k (x_0^{(k)} x''^{(k)} + y_0^{(k)} y''^{(k)}) \right) / \sum_k (x_0^{(k)^2} + y_0^{(k)^2}) \\ \sin \psi = \left( \sum_k (-y_0^{(k)} x''^{(k)} + x_0^{(k)} y''^{(k)}) \right) / \sum_k (x_0^{(k)^2} + y_0^{(k)^2}) \end{cases} \quad (5)$$

$$x''^{(k)} = x^{(k)} - x_R, \quad y''^{(k)} = y^{(k)} - y_R$$

ここに $h^{(k)}$ は GPS-(k)の初期位置での地表からの高さ。式(2)を導くためには 4 個の GPS が必要であり、4 個が同一平面上にあると係数行列が特異になる。式(3), (5)は最小二乗法の結果であり、式(4)は回転軸の方位ベクトル $(n_1, n_2, n_3)$ と、車体傾斜方位 $\theta$  および車体傾斜角 $\phi$  との関係を示す。

### 3. 車体運動の記述

式(1)より、運動後の車体各部の位置は、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{pmatrix} \quad (6)$$

で計算できる。ここに $(x, y, z)$ は運動後の車体各部分の地上座標系での座標値、 $(x_0, y_0, z_0)$ はその初期位置。

$(x_0, y_0, z_0)$ は GPS Unit と同様に車体水平時に何らかの方法で測定しても良いが、多くの建機メーカーからは製品の Cad 図面が提供されるので、初期位置のカタログ値を得る事は、比較的容易である。

[参考文献]

- 1) 理解するための GPS 測位計算プログラム入門，福島壮之介，(独)行政法人 電子航法研究所。  
[理解するための GPS 測位計算入門 \(enri.go.jp\)](http://enri.go.jp)
- 2) 古典力学 第 4 章剛体の運動学，ゴールドスタイン，吉岡書店，2006 年。